

Ejercicios de inferencia estadística

- Una población consiste en las edades de los niños en una familia de cuatro hijos. Estas edades son: $x_1 = 2$ años, $x_2 = 4$ años, $x_3 = 6$ años, $x_4 = 8$ años. (a) Determina la media y la desviación típica de la población. (b) Enumera todas las muestras posibles de dos niños que pueden seleccionarse en esta familia y determina la media aritmética, \bar{x}_i para cada muestra. (c) Determina la media $\mu_{\bar{x}} = E(\bar{X})$ y la desviación típica $\sigma_{\bar{x}}$ de la distribución de medias. (d) Comprueba que $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$
- Una población consta de los números 2, 3, 6, 8 y 11. Consideremos todas las posibles muestras con reposición de tamaño 2 de esa población. Calcula: (a) La media y la desviación típica de la población. (b) La media y la desviación típica (error estándar) de la distribución muestral de medias. (c) Comprueba la relación entre parámetros poblacionales y estadísticos muestrales.
- Resuelve el problema anterior para el caso de muestreo sin reposición.
- Quinientas bolas de cojinete tienen un peso medio de 5'02 g y una desviación típica de 0'30 g. Halla la probabilidad de que una muestra aleatoria (sin reposición) de 100 bolas de ese conjunto tengan un peso total: (a) entre 496 g y 500 g. (b) más de 510 g.
- Las alturas de 3000 estudiantes varones de un Instituto de Educación Secundaria están normalmente distribuidas, con media 68 pulgadas y desviación típica 3 pulgadas. Si se toman 80 muestras de 25 estudiantes cada una, ¿cuáles serán la media y la desviación típica esperadas de la distribución muestral de medias resultante, si el muestreo se hizo: (a) con reposición? (b) sin reposición?
- Un fabricante de radios recibe semanalmente un cargamento de 100.000 pilas de nueve voltios. Para decidir si acepta o rechaza el cargamento, utiliza la siguiente regla de muestreo: mide la vida útil de 36 pilas de cada cargamento. Si la media de la muestra es de 50 o más horas acepta el cargamento, en caso contrario lo rechaza. (a) ¿Cuál es la probabilidad de aceptar un cargamento que tiene una vida útil media de 49 horas y una desviación típica de 3 horas? (b) ¿Cuál es la probabilidad de rechazar un cargamento que tiene una vida útil media de 50'5 horas y una desviación típica de 3 horas?
- Cierta marca de neumáticos tiene una vida útil media de 21.000 km. con una desviación típica de 800 km. (a) Suponiendo que las vidas útiles de los neumáticos están distribuidas normalmente, ¿cuál es la probabilidad de que un neumático cualquiera dure menos de 20.900 km.? (b) ¿Cuál es la probabilidad de que la vida útil media de 64 neumáticos sea inferior a 20.900 km.? (c) ¿Cuál es la probabilidad de que la vida útil media de 256 neumáticos sea inferior a 20.900 km.?
- Un procesador de alimentos envasa café en frascos de 400 g. Para controlar el proceso, se utiliza la siguiente regla de muestreo: se seleccionan 64 frascos cada hora. Si su peso medio es inferior a un valor crítico L, se detiene el proceso y se reajusta; en caso contrario, se continúa la operación sin detener el proceso. Determina el valor crítico L de modo que haya una probabilidad de sólo 0'05 de detener el proceso cuando está envasando a un promedio de 407'5 g con una desviación típica de 2'5 g. ($\mu = 407'5$, $\sigma = 2'5$).
- La media del PVP. de un producto es de 750 PTA. con una desviación típica de 15 PTA. Si se seleccionan cien establecimientos, ¿cuál es la probabilidad de que el precio medio obtenido en esos cien establecimientos se aleje más de 2 PTA. del precio medio global (750 PTA.)?
- El tiempo que tarda una persona en desplazarse desde su vivienda al lugar de trabajo responde a una distribución normal de media 32 minutos y desviación típica 2 minutos y 30 segundos. En una semana: (a) ¿Cuál es la probabilidad de que la media sea menor que 31 minutos? (b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media esté comprendida entre 32 minutos 30 segundos y 33 minutos?
- En la población formada por los cinco profesores de Departamento de Psicología se ha estudiado su estado civil: (Álvarez - Casado), (Bono - Soltero), (Cascos - Casado), (Díaz - Soltero) y (Evelio - Soltero). (a) Determina la proporción de miembros casados de esta población. (b) Determina todas las muestras posibles de 2 elementos de esta población y calcula la proporción de miembros casados en cada muestra. (c) Calcula la media μ_p y la desviación típica σ_p de las 10 proporciones muestrales calculadas en (b). (d) Comprueba que $\sigma_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$
- Dada la siguiente información acerca de una población de seis personas:

<u>Persona</u>	<u>Nivel educacional</u>
A	Graduado universitario
B	Título de Enseñanza Secundaria Obligatoria

Ejercicios de inferencia estadística

<i>C</i>	Graduado universitario
<i>D</i>	Título de Enseñanza Secundaria Obligatoria
<i>E</i>	Graduado universitario
<i>F</i>	Título de Enseñanza Secundaria Obligatoria

- (a) Determina la proporción de graduados universitarios en la población. (b) Selecciona todas las muestras posibles de tres personas de esta población y calcula la proporción de graduados universitarios en cada muestra. (c) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral (con $n = 3$) sea mayor que 40%? (Indicación: ¿Cuántas de las veinte proporciones muestrales son mayores que 40 %) (d) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral (con $n = 3$) difiera de la proporción poblacional en 20 % o menos?
13. El diez por ciento de las personas de cierta comunidad tiene sangre tipo B. Si se selecciona una muestra aleatoria de 900 personas de esa comunidad, ¿cuál es la probabilidad de que la proporción muestral de personas con sangre tipo B
- (a) sea más de 12 %? (b) sea menor de 10'5 %? (c) esté entre el 11 % y 13%?
14. Para decidir si apoya o no al candidato X, la Sociedad de Votantes Independientes adopta el procedimiento siguiente: Se selecciona una muestra de 400 votantes inscritos. Si el 50% o más de éstos están en favor de X, la Sociedad lo apoyará; en caso contrario, no lo apoyará. ¿Cuál es la probabilidad de que la Sociedad:
- (a) apoye al candidato X si sólo el 45 % de los votantes están en favor de él?
(b) no apoye a X, si el 55 % de los votantes están en favor de él?
15. La siguiente regla se utiliza en el control de la operación de un proceso de producción de ciertas piezas: Seleccionar una muestra de 36 piezas. Si el porcentaje de piezas defectuosas en la muestra es p^* % o más, detener el proceso; en caso contrario, continuar con el proceso. Determinése el valor de p^* de modo que haya una probabilidad de 90% de que sea detenido un proceso que está produciendo un 10 % de piezas defectuosas, en promedio.
16. Para decidir si apoya o no al candidato X, la Sociedad de Votantes Independientes adopta el procedimiento siguiente: Seleccionar una muestra aleatoria de n votantes inscritos. La Sociedad apoyará al candidato X sólo si por lo menos p^* % de los votantes de la muestra están en su favor. Determinése los valores de n y p^* de modo que haya un riesgo de sólo 0,05 de *apoyar* al candidato cuando sólo 45 % de los votantes están en su favor y un riesgo de sólo 0,01 de *no apoyarlo* cuando el 50 % de los votantes están en su favor.
17. En una consulta de ortodoncia se ha observado que en todos aquellos pacientes de 8 años que presentan maloclusiones dentarias, el 52 % se resuelven favorablemente con ortopedia funcional. Si en un mes comienzan el tratamiento 40 niños, ¿cuál es la probabilidad de que al menos en 18 niños se solucione su problema?
18. Se sabe que el 30 % de los alumnos de un Instituto tienen algún defecto visual. ¿Cuál es la probabilidad de que eligiendo al azar una muestra de 80 alumnos, en ella aparezcan 26 alumnos con defecto visual?
19. Una cierta marca cubre el 25 % del mercado de ordenadores personales con memoria mayor que 512 Kb. Si se elige una muestra de 200 compradores de ordenadores de ese tipo, ¿cuál es la probabilidad de encontrar en ella a 55 personas que hayan comprado un ordenador de esa marca?
20. Una población está formada por los elementos 1, 2, 4 y 6. (a) Calcula la proporción de cifras impares. (b) Escribe todas las muestras de tamaño 2 que pueden extraerse con reemplazamiento. (c) Calcula para cada una de las muestras la proporción de cifras impares. (d) Calcula la media y la desviación típica de la distribución muestral de las proporciones. (e) Comprueba que $\mu_p = p$ y $\sigma_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$
21. Una muestra aleatoria de 100 alumnos de cierta universidad tiene una puntuación media del C.I. de 112 y una desviación estándar de 10.
- (a) Establézcase un intervalo de confianza 0,95 de estimación de la puntuación media del C.I. de todos los alumnos de la universidad. (b) Establézcase un intervalo de confianza 0,99 de estimación de la puntuación media de C.I. de todos los alumnos de la universidad.
22. Una encuesta hecha a 400 familias de una gran ciudad dio un gasto medio anual en zapatos de \$740 por familia. La desviación estándar de esta muestra fue de \$400.
- (a) Establézcase un intervalo de confianza 0,95 de estimación del gasto medio anual de zapatos por familia en esa ciudad. (b) ¿Qué conclusión se puede obtener, con confianza 0,99, acerca del error máximo cometido al estimar en \$740 el gasto medio anual en zapatos por familia en esa ciudad? (c) ¿Con qué grado de confianza puede afirmarse que el gasto medio anual en zapatos por familia en esa ciudad está entre \$710 y \$770?

Ejercicios de inferencia estadística

- 23.** En 1974 se realizó una encuesta para determinar el salario promedio por hora de las vendedoras de tiendas del centro de una metrópoli. Con ese motivo, se seleccionó una muestra aleatoria simple de 225 vendedoras, obteniéndose la información siguiente:

$$X = \text{salario por hora de una vendedora,}$$
$$\sum x = \$4500,00 \quad \sum (x - \bar{x})^2 = \$201.600,00$$

¿Cuál es el intervalo de confianza 0,99 para el salario medio por hora?

- 24.** Una tienda de departamentos tiene 10.000 clientes con cuenta corriente. Para estimar el total adeudado por estos clientes, se selecciona una muestra aleatoria de 36 cuentas la cual da una media de \$1500 por cuenta y una desviación estándar de \$600, ($\bar{x}_i = 1500$, $\sigma_i = 600$). Establézcase un intervalo de confianza 0,95 para estimar la *cantidad total* adeudada por todos los clientes de la tienda.
- 25.** ¿Qué tamaño debe tener la muestra para estimar el ingreso familiar medio en el caso anterior si se especifica que debe tenerse una confianza 0,95 de que el error en la estimación no exceda a \$5000? Según datos de un censo reciente en esa ciudad, el ingreso familiar medio era de \$70.000 y la desviación estándar de \$40.000.
- 26.** Se seleccionó una muestra aleatoria de 30 docentes de entre los profesores de una universidad con el objeto de estimar la experiencia docente media de ellos. Los resultados obtenidos en la muestra (medidos en años) fueron:

3, 4, 4, 6, 2, 3, 4, 6, 2, 4
6, 4, 3, 4, 4, 7, 3, 4, 5, 6
1, 6, 4, 5, 4, 3, 2, 4, 3, 4

Utilizando la información anterior, obténgase un intervalo de confianza 0,99 para estimar la experiencia docente media de los profesores de la universidad.

- 27.** La gerencia de una empresa manufacturera desea determinar el tiempo promedio requerido para realizar una determinada operación manual. Se precisa tener una confianza 0,95 de que el error en la estimación no exceda a 2 minutos.
- (a) ¿Qué tamaño de muestra se necesita si la desviación estándar del tiempo necesario para realizar la operación ha sido estimada por un experto en estudios de tiempos y movimientos en 10 minutos? (b) ¿Qué tamaño de muestra se necesita si la desviación estándar del tiempo necesario para realizar la operación ha sido estimada por un experto en estudios de tiempos y movimientos en 16 minutos? (c) Explique intuitivamente (sin hacer referencias a la fórmula) por qué el tamaño necesario es mayor en (b) que en (a).

- 28.** Se ha medido el contenido de nicotina de 36 cigarrillos de una determinada marca. A continuación se resumen los resultados obtenidos:

$X =$ contenido de nicotina de un cigarrillo, medido en miligramos.

$$\sum x = 756 \text{ miligramos,}$$

$$\sum (x - \bar{x})^2 = 315 \text{ miligramos.}$$

Obténgase un intervalo de confianza 0,95 para estimar el contenido promedio de nicotina de los cigarrillos de esta marca.

- 29.** La Asociación de Ahorro y Préstamo «La Tacaña» desea determinar la cantidad promedio que tienen sus clientes en sus cuentas de ahorro. La desviación estándar de todas las cuentas de ahorro es estimada por el gerente en \$4000.

(a) ¿Qué tamaño de muestra se requiere para afirmar con confianza 0,95 que el error en la estimación no excede de \$200? (b) ¿Qué tamaño de muestra se requiere para afirmar con confianza 0,95 que el error en la estimación no excede de \$400? (c) Compárense los tamaños muestrales y los errores máximos permisibles en (a) y (b). ¿Qué sucede con el tamaño muestras cuando el error máximo permisible se duplica?

- 30.** La presión sistólica de 100 pacientes que han ingerido 20 miligramos de cierta droga presenta un aumento medio de 18 con una desviación estándar de 6

(a) Obténgase un intervalo de confianza 0,99 para estimar el aumento en la presión sistólica causado por 20 miligramos de esa droga. (b) ¿Qué puede afirmarse con probabilidad 0,95 acerca del error máximo en la estimación si el aumento promedio en la presión se estima en 18?

Ejercicios de inferencia estadística

- 31.** Una firma constructora desea estimar la resistencia promedio de las barras de acero utilizadas en la construcción de edificios de departamentos. ¿Qué tamaño muestral se requiere para garantizar que habrá un riesgo de sólo 0,001 de sobrepasar un error de 5 kg. o más en la estimación? La desviación estándar de la resistencia de este tipo de barras se estima en 25 kg.
- 32.** Cuarenta y nueve cerdos recibieron una alimentación especial por un periodo de tres meses, siendo el aumento medio de peso en este período de 60 kg. con una desviación estándar de 7 kg. ¿Con qué grado de confianza puede afirmarse que esta dieta produce un aumento medio de peso de 59,25 a 60,75 en un periodo de tres meses?
- 33.** Se seleccionó una muestra aleatoria de 64 cuentas por cobrar de un registro que contiene 10.000 cuentas. La muestra dio una media de \$1200 y una desviación estándar de \$400.
(a) Obténgase un intervalo de confianza 0,90 para estimar la media de las cuentas del registro.
(b) ¿Qué puede afirmarse con confianza 0,95 acerca del error máximo en la estimación si el promedio de las cuentas por cobrar de todo el registro se estima en \$1200.
- 34.** Para estimar la cantidad total de depósitos a la vista, un banco comercial selecciona una muestra aleatoria de 400 cuentas. La muestra da una media de \$5000 y una desviación estándar de \$ 1000. Suponiendo que el banco tiene 12.000 cuentas a la vista, obténgase un intervalo de confianza 0,99 para la cantidad total en depósitos a la vista en el banco.
- 35.** Tamaño de la muestra que se ha de considerar para, con un nivel de confianza del 95 %, estimar el peso medio de los individuos de la población con un error inferior a 1 kg. *Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta. (Selectividad junio 96)*
- 36.** Se sabe que la desviación típica del número de pulsaciones por minuto de los individuos de una cierta población es de 9 pulsaciones por minuto. Se considera una muestra aleatoria de 100 individuos que revela un número medio de pulsaciones por minuto de 68. Con un nivel de confianza del 99 %, determinar el intervalo en el que se encontrará el número medio de pulsaciones por minuto de los individuos de esta población. *Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta. (Selectividad septiembre 96)*
- 37.** Se sabe que la desviación típica de la duración de las lámparas eléctricas fabricadas en cierta empresa es de 250 horas. Calcular el tamaño mínimo que debe tener una muestra para que, con un nivel de confianza del 95 %, se pueda estimar la duración media de las lámparas con un error menor que 40 horas. *Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta. (Selectividad junio 97)*
- 38.** En una gran empresa la desviación típica de la edad de sus trabajadores es 6 años. Se considera una muestra aleatoria de 100 trabajadores que revela una media de edad de 38 años. Determinar un intervalo de confianza del 95 % para la edad media de los trabajadores de esta empresa. *Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta. (Selectividad junio 96)*

Modelos resueltos: Inferencia estadística

- 1.** Una encuesta hecha a 400 familias de una gran ciudad dio un gasto medio anual en zapatos de 740 € por familia. Por estudios previos es conocida la desviación típica de la población $\sigma = 400$ €.
- (a) Establece un intervalo de confianza del 95 % para estimar el gasto medio anual en zapatos por familia en esa ciudad.
- (b) Determina el error en la estimación del gasto medio si la confianza que establecemos es del 99 %.
- (c) ¿Con qué grado de confianza puede afirmarse que el gasto medio anual en zapatos por familia en esa ciudad está entre 710 € y 770 €?
- 2.** Es sabido que el 58 % de los votantes de un cierto distrito electoral apoyan al partido A.
- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra aleatoria simple de 100 votantes de ese distrito de una proporción de simpatizantes de A del 60 % o menos?

Ejercicios de inferencia estadística

- (b) Supongamos ahora que se toma una muestra de 400 votantes del distrito. ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral sea del 60 % o menos?
- (c) Sabiendo que si tomamos una muestra de 400 votantes la probabilidad de que la proporción de simpatizantes de A sea menor de L es 0'85, determina dicho valor L.
- 3.** En un país se selecciona aleatoriamente una muestra de 900 personas. A la salida de los colegios electorales se les preguntó si habían votado al partido político X y 288 contestaron que sí y el resto que no.
- (a) Determina un intervalo que nos dé el porcentaje de votos del partido X con un nivel de confianza del 90 %, explicando los pasos seguidos para su obtención.
- (b) ¿De qué tamaño hemos de elegir la muestra si queremos que el error no exceda en 0'05 ?
- 4.** La presión arterial de los individuos de una población sigue un ley normal de media 120 y desviación típica 40. Resuelve las siguientes cuestiones:
- (a) Calcula la probabilidad de que una persona elegida al azar tenga una tensión arterial superior a 140.
- (b) Se considera una muestra de tamaño 36, ¿cuál es la probabilidad de que la media de la muestra tenga un valor superior a 140?
- (c) Si conociéramos únicamente la desviación típica de la presión arterial ($\sigma = 40$), ¿cuál ha de ser el tamaño de la muestra elegida para que el error en la estimación de la media poblacional sea menor o igual que 3 con una confianza del 95 % ?
- 5.** Una fábrica produce ciertas piezas de precisión con un porcentaje de defectuosas en torno al 10 %, aproximadamente. Seleccionamos una muestra de 36 piezas. Si la probabilidad de que la proporción de piezas defectuosas en la muestra sea menor que D es de 0'53, calcula el valor de D.
- 6.** En una encuesta realizada sobre el examen de selectividad a 150 alumnos, estaban en contra de la prueba 105.
- (a) ¿Entre qué valores podemos asegurar que está el porcentaje de alumnos contrarios a la selectividad con un nivel de confianza del 90 % ?
- (b) ¿Entre qué valores podemos asegurar que está el porcentaje de alumnos contrarios a la selectividad con un nivel de confianza del 99 % ?

SOLUCIONES:

- 1.** Población (X="gasto en zapatos", μ desconocida, $\sigma = 400$ €)

Muestra ($n = 400 > 30 \Rightarrow \bar{X} = N(\mu_{\bar{x}} = \mu, \sigma_{\bar{x}} = \frac{400}{\sqrt{400}} = 20), \bar{x}_i = 740$ €)

(a) Intervalo de confianza para μ : $\bar{x}_i \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_{\bar{x}}$

Como $1 - \alpha = 0'95 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$

$(740 - 1'96 \cdot 20, 740 + 1'96 \cdot 20) = (700'8, 779'2)$

$\mu \in (700'8, 779'2)$ con una confianza del 95 %

Ejercicios de inferencia estadística

$$(b) \left. \begin{array}{l} Error = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_{\bar{x}} \\ 1 - \alpha = 0'99 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575 \end{array} \right\} \Rightarrow E = 2'575 \cdot 20 = 51'5 \text{ €. Cometemos un error máximo de } 51'5 \text{ €}$$

en la estimación de la media de la población con una confianza del 99 %.

$$(c) \text{ Intervalo de confianza} = (710, 770) \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_{\bar{x}} = \frac{770-710}{2} = 30 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot 20 = 30 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'5$$

$$P(Z < 1'5) = 1 - \alpha + \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 0'9332 = 1 - \alpha + \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \alpha = 0'1336 \Rightarrow 1 - \alpha = 0'8664$$

La confianza es del 86'64 %.

2. Población ($p = 0'58 =$ proporción de votantes que apoyan a A)

$$(a) \text{ Muestra } (n=100 > 30 \Rightarrow P = N(\mu_p = p = 0'58, \sigma_p = \sqrt{\frac{0'58 \cdot 0'42}{100}} = 0'0494))$$

$$P(P \leq 0'6) = P(Z \leq \frac{0'6 - 0'58}{0'0494}) = P(Z \leq 0'41) = 0'6591$$

$$(b) \text{ Muestra } (n=400 > 30 \Rightarrow P = N(\mu_p = p = 0'58, \sigma_p = \sqrt{\frac{0'58 \cdot 0'42}{400}} = 0'0247))$$

$$P(P \leq 0'6) = P(Z \leq \frac{0'6 - 0'58}{0'0247}) = P(Z \leq 0'81) = 0'7910$$

$$(c) \text{ Muestra } (n=400 > 30 \Rightarrow P = N(\mu_p = p = 0'58, \sigma_p = \sqrt{\frac{0'58 \cdot 0'42}{400}} = 0'0247))$$

$$P(P \leq L) = 0'85 \Rightarrow P(Z \leq \frac{L - 0'58}{0'0247}) = 0'85 \Rightarrow \text{Interpolando obtenemos } \frac{L - 0'58}{0'0247} = 1'037 \Rightarrow L = 0'6056$$

3. Muestra ($p_i = \frac{288}{900} = 0'32, n = 900 > 30 \Rightarrow P = N(\mu_p = p, \sigma_p = \sqrt{\frac{0'32 \cdot 0'68}{900}} = 0'0155)$)

Población: p a estimar.

$$(a) 1 - \alpha = 0'90 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'645$$

$$\text{Intervalo de confianza para } p: p_i \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_p = 0'32 \pm 1'645 \cdot 0'0155 \Rightarrow$$

p se encuentra en el intervalo: $(0'2945, 0'3455)$ con una confianza del 90 %.

$$(b) \left. \begin{array}{l} E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_p = 0'05 \\ 1 - \alpha = 0'90 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'645 \end{array} \right\} \Rightarrow 0'05 = 1'645 \cdot \frac{\sqrt{0'32 \cdot 0'68}}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 235'5 \dots \approx 236$$

4. Población: $X =$ "presión arterial" $= N(\mu = 120, \sigma = 40)$

$$(a) P(X > 140) = P(Z > 0'5) = 1 - P(Z < 0'5) = 1 - 0'6915 = 0'3085$$

$$(b) \text{ Muestra } n=36 > 30 \Rightarrow \bar{X} = \text{"presión media"} = N(\mu_{\bar{x}} = 120, \sigma_{\bar{x}} = \frac{40}{\sqrt{36}} = \frac{20}{3})$$

$$P(\bar{X} > 140) = P(Z > 3) = 1 - P(Z < 3) = 1 - 0'9987 = 0'0013$$

$$(c) \text{ Muestra } n > 30 \Rightarrow \bar{X} = \text{"presión media"} = N(\mu_{\bar{x}} = 120, \sigma_{\bar{x}} = \frac{40}{\sqrt{n}})$$

$$Error = 3 = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_{\bar{x}} = 1'96 \cdot \frac{40}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = \left(\frac{1'96 \cdot 40}{3}\right)^2 = 682'9 \dots \approx 683$$

5. Población: $p =$ proporción de piezas defectuosas $= 0'1$

$$\text{Muestra } (n=36 > 30 \Rightarrow P = N(\mu_p = p = 0'1, \sigma_p = \sqrt{\frac{0'1 \cdot 0'9}{36}} = 0'05))$$

$$P(P < D) = 0'53 \Rightarrow P(Z < \frac{D - 0'1}{0'05}) = 0'53 \Rightarrow \text{Interpolando obtenemos } \frac{D - 0'1}{0'05} = 0'075$$

$$\Rightarrow D = 0'05 \cdot 0'075 + 0'1 = 0'10375$$

6. Población ($p =$ proporción de alumnos que están en contra de la prueba, a estimar)

$$\text{Muestra } (p_i = \frac{105}{150} = 0'7, n = 150 > 30 \Rightarrow P = N(\mu_p = p, \sigma_p = \sqrt{\frac{0'7 \cdot 0'3}{150}} = 0'0374)$$

$$(a) \text{ Intervalo de confianza para } p: p_i \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_p = 0'7 \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot 0'0374$$

Si $1 - \alpha = 0'90 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'645 \Rightarrow$ Intervalo de confianza para p :

$$(0'7 - 1'645 \cdot 0'0374, 0'7 + 1'645 \cdot 0'0374) = (0'6385, 0'7615)$$

(b) Si $1 - \alpha = 0'99 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575 \Rightarrow$ Intervalo de confianza para p :

$$(0'7 - 2'575 \cdot 0'0374, 0'7 + 2'575 \cdot 0'0374) = (0'6106, 0'7894)$$

Ejercicios de inferencia estadística

Se puede observar que cuanto mayor es la confianza (manteniendo el tamaño de la muestra) el intervalo en el que se encuentra p tiene una amplitud mayor.