



Se valorará el buen uso del vocabulario y la adecuada notación científica, que los correctores podrán bonificar con un máximo de un punto. Por los errores ortográficos, la falta de limpieza en la presentación y la redacción defectuosa podrá bajarse la calificación hasta un punto; en casos extremadamente graves, podrá penalizarse la puntuación hasta con dos puntos.

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Desarrolle clara y razonadamente tres cuestiones, eligiendo una del par (A1, A2), otra de (B1, B2) y otra de (C1, C2).

Cuestión A1

a) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Calcular la matriz $(A^2)^{-1}$. Resolver la ecuación $AX + B = C$. (2 puntos)

b) Resolver por el método de Gauss el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} x - 9y + 5z = 33 \\ x + 3y - z = -9 \\ x - y + z = 5 \end{cases} \quad (1,5 \text{ puntos})$$

Cuestión A2

El señor Álvarez deja su fortuna a sus tres hijos en herencia con las siguientes condiciones:

1. El mayor recibe la media aritmética de lo que reciben los otros dos más 30.000€.
2. El mediano recibe 10.000€ más que la diferencia entre lo que recibe el mayor y lo que recibe el pequeño.
3. El pequeño recibirá la media aritmética de lo que reciben los otros dos menos 30.000€.

a) Plantee un sistema de ecuaciones lineales que permita calcular que cantidad recibe cada uno de los hijos del señor Álvarez. Resuélvalo por el método de Gauss. (2 puntos)

b) ¿Es posible saber que cantidad recibe cada uno de los hijos del señor Álvarez si sustituimos la condición 2 por: "al mediano le deja la media aritmética de lo que reciben los otros dos"? (1,5 puntos)

Cuestión B1

a) Derive las funciones $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x - 2}$ y $g(x) = (x - 5)^2 \ln x$ (1 punto)

b) Sea la función $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 1} & \text{si } x \in (-2, 2) \\ \frac{x + 2}{x - 1} & \text{si } x \in [2, 4] \end{cases}$

b1) Razonar si f es continua en $x = 2$ y en $x = 4$. (1,25 puntos)

b2) Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ para los valores $x \in (-2, 2)$ (1,25 puntos)

Cuestión B2

a) Derive las funciones $f(x) = (1 - x)^3 e^x$, $g(x) = x + 8x^2 + \frac{1}{x}$, $h(x) = \frac{3}{x} + \frac{x}{x - 2}$ (1,5 puntos)

b) Razone a que es igual el dominio de la función $g(x)$ del apartado anterior y calcule sus intervalos de concavidad y convexidad, así como sus puntos de inflexión. (2 puntos)

Cuestión C1

A partir de 5 matemáticos y 7 físicos hay que construir una comisión formada por 4 miembros elegidos al azar.

- a) Calcule la probabilidad de que todos los miembros sean matemáticos. (1 punto)
- b) Calcule la probabilidad de que la comisión acabe formada por 2 físicos y 2 matemáticos. (1 punto)
- c) Calcule la probabilidad de que no haya ningún matemático. (1 punto)

Cuestión C2

La cantidad de hemoglobina en sangre del ser humano sigue una ley normal con una desviación típica de 2g/dl. Elegida una muestra y con un nivel de confianza del 98% se obtiene el intervalo (13, 15) para la cantidad media de hemoglobina en sangre. Calcule la media y el tamaño de la muestra poblacional elegida. Detalle los pasos realizados para obtener los resultados. (3 puntos)

<i>k</i>	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

NOTA: En la tabla figuran los valores de $p(z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

Para la corrección del ejercicio se tendrán en cuenta los siguientes criterios generales:

- Se valorará el uso del vocabulario y la notación científica.
- En las preguntas prácticas primará el correcto planteamiento del problema y se valorarán positivamente las explicaciones claras y precisas, y negativamente la ausencia de explicaciones o las explicaciones incorrectas.
- Si se comete un error que tenga que ver con resultados posteriores de la misma pregunta, se ha de tener en cuenta si existe coherencia con el resultado erróneo. En caso afirmativo, **se valorará el resto** de las cuestiones de la misma pregunta; aunque si el error conduce a problemas más simples de los inicialmente propuestos disminuirá la calificación.
- No se dará especial importancia a los errores en las operaciones, excepto que sean reiterativos.
- Por errores ortográficos graves, desorden, falta de limpieza y mala redacción podrá bajarse la calificación del ejercicio hasta un punto, incluso más en casos extremos.

Cuestión A1

a) Calcular $(A^2)^{-1}$: 1 punto. Despejar X: 0,5 puntos. Calcular X: 0,5 puntos.

b) Escalonar la matriz: 0,75 puntos. Calcular la solución: 0,75 puntos.

Cuestión A2

a) Plantear el sistema: 0,75 puntos. Escalonar la matriz: 0,75 puntos. Calcular la solución: 0,5 puntos.

b) Plantear la nueva ecuación: 0,75 puntos. Concluir que no se puede determinar el precio: 0,75 puntos.

Cuestión B1

a) Cada derivada: 0,5 puntos.

b) b1) Límites laterales: 0,75 puntos. Concluir que f no es continua en $x = 2$: 0,25 puntos. Continuidad en $x=4$: 0,25 puntos. b2) Calcular la derivada: 0,5 puntos. Calcular punto crítico: 0,25 puntos. Intervalos de crecimiento y decrecimiento: 0,5 puntos.

Cuestión B2

a) Cada derivada: 0,5 puntos.

b) Dominio: 0,5 puntos. Derivada segunda: 0,25 puntos. Punto de inflexión: 0,5 puntos. Intervalos de concavidad: 0,75 puntos

Cuestión C1

a) 1 punto, b) 1 punto, c) 1 punto.

Cuestión C2

Determinar el valor crítico para el nivel de confianza del 98%: 1. Determinar el tamaño de la población: 1 punto. Determinar la media: 1 punto.