Examen de 4º ESO : Matemáticas opción B

Materia: Polinomios, fracciones algebraicas y ecuaciones. **Fecha:** 10 DIC 12

Alumno...

1. **(a)** Efectúa la división: $(4x^5-6x^4+2x^2-7x-3):(2x^2-x+1)$

(b) Factoriza y determina las raíces del polinomio:

$$P(x)=2x^4+11x^3+7x^2-44x-60$$

2. **(a)** Opera y simplifica si es posible: $\frac{2x}{(x+2)\cdot(x-1)}-\frac{5}{x+2}-\frac{x-4}{3(x+2)}$

(b) Al operar y simplificar estas fracciones se han cometido ***"errores muy graves".*** Corrígelos. $x+\frac{1}{2x}=2x^2+1$ $\frac{x-1}{x^2-1}=x+1$

(c) Simplifica la fracción: $\frac{(x^2-2x)\cdot(2x+4)^2}{4x^3-16x}$

3. **(a)** Halla ***m*** para que al dividir $2x^4+5x^3+2x^2-x+m$ por $x+1$ se obtenga como resto 16.

(b) Halla ***k*** para que el polinomio $-3x^3+x^2+3kx-4$ sea divisible por $(x-3)$.

(c) Escribe un polinomio de segundo grado con coeficientes enteros cuyas raíces sean $\frac{2}{3}$ y $\frac{-1}{5}$.

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

(a) $(3x+1)\cdot(2x^2-18)=0$

(b) $\frac{3-x}{1-x^2}-\frac{1}{1-x}=\frac{2+x}{1+x}$

(c) $3x^5-24x^3-27x=0$

SOLUCIONES

1. (a) $Cociente = C(x) = 2x^3 - 2x^2 - 2x + 1$

$\text{Re}\,sto = R(x) = -4x - 4$

(b) $P(x) = (x-2)(x+2)(x+3)(2x+5)$

Raíces de P(x): 2, -2, -3 y -5/2

2. (a) $\frac{2x}{(x+2)(x-1)} - \frac{5}{x+2} - \frac{x-4}{3(x+2)} = \frac{6x-15(x-1)-(x-4)(x-1)}{3(x+2)(x-1)} = \frac{-x^2-4x+11}{3(x+2)(x-1)}$

(b) Ambas son erróneas, los cálculos acertados son:

$x + \frac{1}{2x} = \frac{2x^2+1}{2x}$

$\frac{x-1}{x^2-1} = \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x+1}$

(c) $\frac{(x^2-2x)(2x+4)^2}{4x^3-16x} = \frac{x\cdot(x-2)\cdot 2^2\cdot(x+2)^2}{4x\cdot(x-2)\cdot(x+2)} = x+2$

3. **(a) Aplicando el teorema del resto: P(-1) = 16** $\Rightarrow 2-5+2+1+m = 16 \Rightarrow m = 16$

(b) P(3) = 0 $\Rightarrow -81+9+9k-4 = 0 \Rightarrow -76+9k = 0 \Rightarrow k = \frac{76}{9}$

(c) $(x-\frac{2}{3})\cdot(x+\frac{1}{5})\cdot 15 = 15x^2 - 7x - 2$

4. (a) $(3x+1)\cdot(2x^2-18) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3x+1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \\ 2x^2 - 18 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \end{cases}$

(b) $\frac{3-x}{1-x^2} - \frac{1}{1-x} = \frac{2+x}{1+x}$ **Multiplicamos los dos miembros de la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores,** $1-x^2$**, obteniéndose:**

$$3 - x - (1+x) = (2+x)(1-x) \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow$$

$$x = 0 \;\; y \;\; x = 1$$

Únicamente es válida la solución x = 0, ya que x = 1 anula los denominadores.

(c) $3x^5 - 24x^3 - 27x = 0 \Rightarrow 3x\left(x^4 - 8x^2 - 9\right) = 0 \Rightarrow$

Igualando a cero los factores obtenemos:

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} 1)\ x = 0 \\ 2)\ x^4 - 8x^2 - 9 = 0 \underset{y=x^2}{\Rightarrow} y^2 - 8y - 9 = 0 \Rightarrow y = \frac{8\pm10}{2} = \left\{ \begin{array}{c} 9 \\ -1 \end{array} \right. \\ y = x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \\ y = x^2 = -1 \ \textit{no tiene solución} \end{array} \right.$$

Las soluciones de la ecuación son: 0, 3 y -3