

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

GEOMETRÍA ANALÍTICA

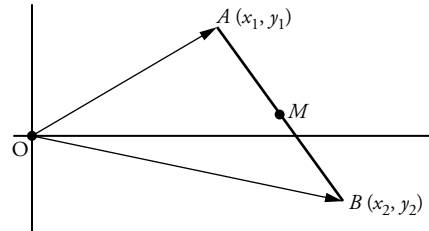
PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO

Las coordenadas del punto medio M de un segmento de extremos A y B son:

$$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) \rightarrow M(\dots\dots\dots, \dots\dots\dots)$$

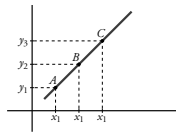
Por ejemplo, si $A(3, -6)$ y $B(-1, 4)$, entonces las coordenadas del punto medio son:

..... $M(\dots\dots\dots, \dots\dots\dots)$



PUNTOS ALINEADOS

Los puntos $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ y $C(x_3, y_3)$ están alineados si los vectores \vec{AB} y \vec{BC} son
....., es decir, si sus coordenadas son



$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dots\dots\dots$$

DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

La distancia entre los puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ es $d = |\vec{AB}| = \sqrt{\dots\dots\dots}$

Por ejemplo, si $A(3, -7)$ y $B(8, 5)$, entonces $d = \dots\dots\dots$

PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD DE RECTAS

Las pendientes de las rectas r_1 y r_2 son, respectivamente, m_1 y m_2 .

- Si r_1 y r_2 son paralelas, entonces $m_2 = \dots\dots\dots$

- Si r_1 y r_2 son perpendiculares, entonces $m_2 = \dots\dots\dots$

Por ejemplo, si la pendiente de una recta r es 2, la pendiente de cualquier paralela a ella es

y la pendiente de cualquier recta perpendicular a ella es

EJEMPLO: $y = 2x + 3$ es a $y = 2x - 5$ y a $y = \frac{-1}{2}x - 4$.

$Ax + By + C = 0$ es la ecuación de una recta r :

- Si $A = 0$, entonces r es paralela al eje

EJEMPLO: $3y - 5 = 0$

- Si $B = 0$, entonces r es paralela al eje

EJEMPLO: $3x - 5 = 0$

- Si $B \neq 0$, entonces la pendiente de r es

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

PRACTICA

- 1** Calcula las coordenadas del punto medio, M , del segmento \overline{AB} en los casos siguientes. Comprueba que $d(A, B) = 2 \cdot d(A, M)$.
 - a) $A(-3, 5)$, $B(5, 3)$
 - b) $A(-4, -6)$, $B(-2, 4)$

- 2** Comprueba si están alineados los puntos A, B, C , en los casos siguientes:
 - a) $A(2, 3)$, $B(3, 5)$, $C(-2, -5)$
 - b) $A(2, 3)$, $B(3, 7)$, $C(-2, -3)$

- 3** Calcula el perímetro del triángulo de vértices $A(2, 3)$, $B(8, 0)$ y $C(11, 8)$.

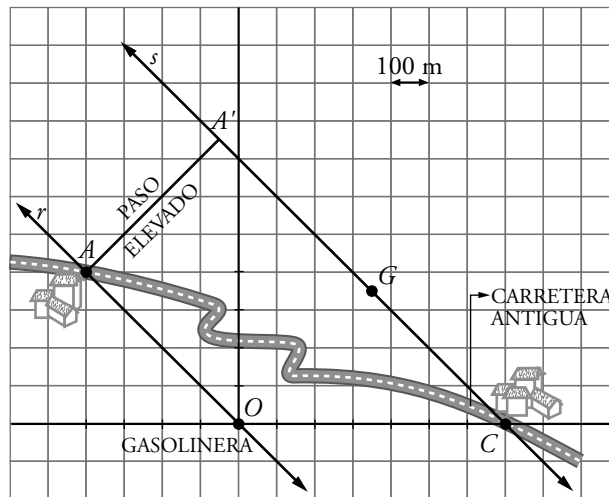
- 4** En el ejercicio anterior, calcula la ecuación de la recta \overline{AC} y la ecuación de la recta perpendicular a ella que pasa por B . ¿En qué punto, D , ambas rectas se cortan?

- 5** Dada la recta $3x - 2y + 5 = 0$, calcula su pendiente y halla:
 - a) Ecuación de la recta r paralela a ella que pasa por $A(1, -5)$.
 - b) Ecuación de la recta s perpendicular a ella por $B(-3, 4)$.
 - c) ¿Cómo son las rectas r y s , entre sí? (Observa la pendiente de ambas).

Nombre y apellidos:

APLICA. INFRAESTRUCTURAS VIARIAS

En un estudio de ingeniería civil se van a proyectar unas autovías que sustituyan a una antigua carretera en muy mal estado y con muchas curvas. La antigua carretera va desde A hasta C , y ahora quieren construir dos ramales paralelos, uno que pase por A y otro que pase por C . Para hacer el informe, se han colocado unos ejes coordenados con centro en O (la gasolinera).



- 1 ¿Cuál es la ecuación de la recta que representa el ramal r ?

- 2 ¿Y cuál es la ecuación del ramal s ?

- 3 Desean diseñar otro ramal que comunique A con A' , perpendicular a ambas autovías. ¿Qué ecuación tendrá la recta AA' ? ¿Cuáles son las coordenadas de A' ? ¿Qué longitud tendrá el paso elevado?

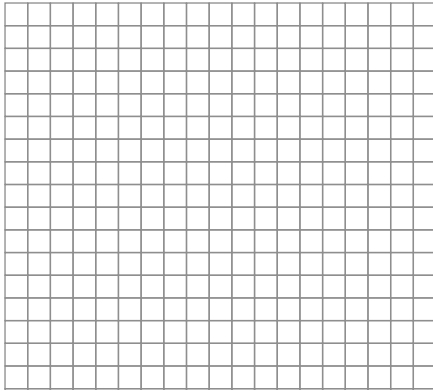
- 4 Quieren construir otra gasolinera, G , en la autovía s y que esté en la perpendicular a r pasando por O . ¿Qué coordenadas tendrá G ? Es conveniente que calculéis primero la ecuación de la recta OG .

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

PRACTICA

- 1 Calcula las coordenadas del punto A' , simétrico de $A(-4, 5)$, respecto al punto $P(-6, -3)$.



- 2 Dado el triángulo de vértices $A(-5, 1)$, $B(-2, -4)$ y $C(4, 5)$. Halla.

a) Su perímetro.

b) La ecuación de la recta r perpendicular a \overline{AB} que pasa por C .

c) Punto D de corte de \overline{AB} con r .

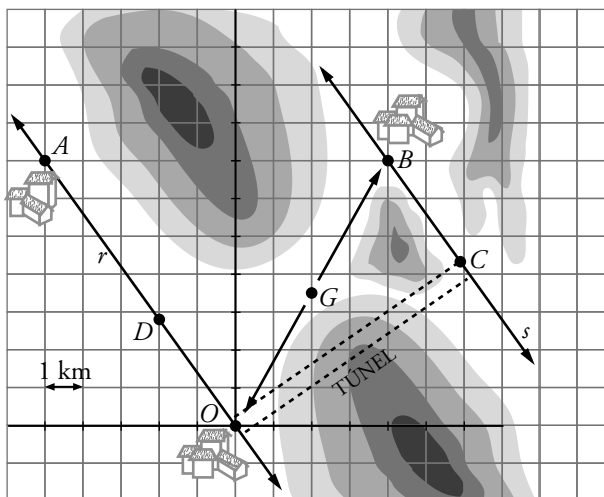
d) Distancia \overline{CD} .

e) Área del triángulo \widehat{ABC} .

Nombre y apellidos:

APLICA. CARRETERAS DE MONTAÑA

En una zona de montaña, las autoridades quieren proyectar un nuevo sistema de carreteras. Pretenden construir dos tramos paralelos de autovía por los valles de la zona. Los topógrafos han elaborado un mapa orográfico sobre unos ejes coordenados para facilitar los cálculos de los ingenieros. Sofía está en el equipo de planificación y os enseña el mapa para que la ayudéis con los cálculos. El centro del sistema de coordenadas lo han puesto en una localidad cercana. Este es el mapa:



- 1 “Vamos a ver, chicos. Según el plano, ¿cuáles son las coordenadas de O y de A ? Una vez que las hayáis calculado, ¿cuál es la ecuación de la carretera r ?”

- 2 “Supongo que ahora os resultará más fácil decirme cuál es la ecuación de la autovía s que pasa por B ”.

- 3 “Acaban de decirme que quieren construir un nuevo ramal entre O y B con una gasolinera, G , en su punto medio. Tenemos que calcular la ecuación de este nuevo ramal, las coordenadas de G y la distancia de la gasolinera hasta B (mirad, en el plano, a qué distancia equivale una unidad)”.

- 4 “Los ingenieros quieren construir un túnel que una las autovías r y s , y que sea perpendicular a ambas. Una de las entradas debe estar en O . ¿Qué ecuación tendrá? ¿Qué coordenadas tendrá la otra salida del túnel, C ?”

Ficha de trabajo A

PRACTICA

$$1 \text{ a) } M(1, 4) \quad d(A, B) = 2\sqrt{17} \quad d(A, M) = \sqrt{17}$$

$$\text{b) } M(-3, -1) \quad d(A, B) = 2\sqrt{26} \quad d(A, M) = \sqrt{26}$$

2 a) Sí están alineados.

b) No están alineados.

$$3 \quad P = d(A, B) + d(B, C) + d(A, C) = \\ = \sqrt{45} + \sqrt{73} + \sqrt{106} \approx 25,54$$

$$4 \text{ Recta } \overline{AC}: y = \frac{5x}{9} + \frac{17}{9}$$

• Recta perpendicular a \overline{AC} por B:

$$y = -\frac{9x}{5} + \frac{72}{5}$$

• Punto D de corte:

$$\frac{5x}{9} + \frac{17}{9} = -\frac{9x}{5} + \frac{72}{5}$$

$$D = \left(\frac{563}{106}, \frac{513}{106} \right)$$

$$5 \quad m = \frac{3}{2}$$

$$\text{a) } y + 5 = \frac{3}{2}(x - 1)$$

$$\text{b) } y - 4 = -\frac{2}{3}(x + 3)$$

c) Perpendiculares.

APLICA

$$1 \quad y = -x$$

$$2 \quad y = -x + 7$$

3 La recta AA' tiene como ecuación $y = x + 8$.

Las coordenadas de A' son $\left(-\frac{1}{2}, \frac{15}{2}\right)$.

El paso elevado tendrá, aproximadamente, 495 m.

4 La ecuación de OG es $y = x$.

Las coordenadas de G son $\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$.

Ficha de trabajo B

PRACTICA

$$1 \quad A'(-8, -11)$$

$$2 \text{ a) } 26,41 \text{ u}$$

$$\text{b) } y - 5 = \frac{3}{5}(x - 4)$$

$$\text{c) } D \left(\frac{-149}{34}, \frac{-1}{34} \right)$$

$$\text{d) } d(C, D) = 9,78 \text{ u}$$

$$\text{e) } A = \frac{d(A, B) \cdot d(C, D)}{2} \approx 28,09 \text{ u}^2$$

APLICA

1 Las coordenadas de O son $(0, 0)$; las de A , $(-5, 7)$. La ecuación es $y = -\frac{7}{5}x$.

2 La ecuación es $y = -\frac{7}{5}x + \frac{63}{5}$.

3 La ecuación del nuevo ramal es $y = \frac{7}{4}x$.

Las coordenadas de G son $\left(2, \frac{7}{2}\right)$.

La distancia de la gasolinera a O es 4,03 km.

4 La ecuación del túnel es $y = \frac{5x}{7}$.

Las coordenadas de C son $\left(\frac{441}{74}, \frac{2205}{518}\right) \approx (5,96; 4,26)$.